



สมบัติของจำนวนนับ

☐ จำนวนนับและการหารลงตัว

จำนวนนับ คือ จำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าศูนย์ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...

การหารลงตัว คือ การหารที่มีเศษเหลือเป็นศูนย์หรือเรียกว่าไม่มีเศษ เช่น

$24 \div 8 = 3$ ไม่มีเศษ กล่าวได้ว่า 8 หาร 24 ลงตัวเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $8 \mid 24$

$30 \div 4 = 7$ เศษ 2 กล่าวได้ว่า 4 หาร 30 ไม่ลงตัวเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $4 \nmid 30$

ตัวอย่าง 1 จงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จงหาจำนวนนับเรียงต่อกันที่หารด้วย 3 ลงตัวมา 5 จำนวน
.....
- 2) จงหาจำนวนนับเรียงต่อกันที่หารด้วย 4 ลงตัวมา 5 จำนวน
.....
- 3) จงหาจำนวนนับเรียงต่อกันที่หารด้วย 6 ลงตัวมา 5 จำนวน
.....
- 4) จงหาจำนวนนับเรียงต่อกันที่หารด้วย 2 และ 3 ลงตัวมา 5 จำนวน
.....
- 5) จงหาจำนวนนับเรียงต่อกันที่หารด้วย 2 และ 3 ลงตัวแต่หารด้วย 4 ไม่ลงตัวมา 5 จำนวน
.....

☐ สมบัติการหารลงตัว ให้ a, b และ c เป็นจำนวนนับใดๆ

1. ถ้า a หาร b ลงตัว และ b หาร c ลงตัว แล้ว a หาร c ลงตัว
2. ถ้า a หาร b ลงตัว และ a หาร c ลงตัว แล้ว a หาร $b \pm c$ ลงตัว
3. ถ้า a หาร b ลงตัว และ a หาร c ลงตัว แล้ว a หาร $b \times c$ ลงตัว
4. 2 จะหารจำนวนใดลงตัว ก็ต่อเมื่อ 2 หารเลขหลักหน่วยลงตัว (หลักหน่วยเป็นเลขคู่)
5. 4 จะหารจำนวนใดลงตัว ก็ต่อเมื่อ 4 หารจำนวน 2 หลักสุดท้ายหน่วยลงตัว
6. 8 จะหารจำนวนใดลงตัว ก็ต่อเมื่อ 8 หารจำนวน 3 หลักสุดท้ายหน่วยลงตัว
7. 3 จะหารจำนวนใดลงตัว ก็ต่อเมื่อ 3 หารผลบวกของตัวเลขในแต่ละหลักลงตัว
8. 9 จะหารจำนวนใดลงตัว ก็ต่อเมื่อ 9 หารผลบวกของตัวเลขในแต่ละหลักลงตัว
9. 11 จะหารจำนวนใดลงตัว ก็ต่อเมื่อ 11 หารผลต่างของตัวเลขในตำแหน่งคู่และคี่ลงตัว
10. 5 จะหารจำนวนใดลงตัว ก็ต่อเมื่อ หลักหน่วยเป็น 0 หรือ 5



ตัวอย่าง 2 จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ ถูก(✓) หรือผิด (✗)

- (1) 2 หาร a ลงตัว และ a หาร b ลงตัว จะได้ว่า 2 หาร b ลงตัวด้วย
- (2) 5 หาร a ลงตัว และ 5 หาร b ลงตัว จะได้ว่า 5 หาร $a + b$ ลงตัว
- (3) a หาร b ลงตัว จะได้ว่า b ก็หาร a ลงตัวด้วย
- (4) 7 หาร a ลงตัว จะได้ว่า 7 หาร $a \times a$ ลงตัว
- (5) 2 หารจำนวนที่ลงท้ายด้วย 0, 2, 4, 6, 8 เสมอ
- (6) 4 หารจำนวน 8,999,123,014,507,012 ลงตัว
- (7) 8 หารจำนวน 1,888,111,888,111,188 ลงตัว
- (8) 3 หารจำนวน 1,271,901,875
- (9) 9 หารจำนวน 1,271,901,875
- (10) 11 หารจำนวน 4,184,312
- (11) 2 และ 3 หารจำนวน 12,450,678,008
- (12) a หาร b ลงตัว และ b หาร 35 แล้ว a หาร 35 ลงตัวด้วย

ตัวประกอบของจำนวนนับ

ตัวประกอบ คือ จำนวนนับที่สามารถหารจำนวนนั้นได้ลงตัว เราเรียกว่าเป็นตัวประกอบของจำนวนนั้น เช่น 2 เป็นตัวประกอบของ 4 และจำนวนคู่ทุกจำนวนมี 2 เป็นตัวประกอบ , 5 เป็นตัวประกอบของ 65 เป็นต้น

ตัวอย่าง 3 จงหาตัวประกอบทั้งหมดของจำนวนนับต่อไปนี้

- (1) ตัวประกอบของ 10 ได้แก่
- (2) ตัวประกอบของ 24 ได้แก่
- (3) ตัวประกอบของ 21 ได้แก่
- (4) ตัวประกอบของ 13 ได้แก่
- (5) ตัวประกอบของ 36 ได้แก่
- (6) ตัวประกอบของ 48 ได้แก่
- (7) ตัวประกอบของ 64 ได้แก่
- (8) ตัวประกอบของ 81 ได้แก่
- (9) ตัวประกอบของ 97 ได้แก่
- (10) ตัวประกอบของ 100 ได้แก่



ตัวอย่าง 4 จงหาจำนวนนับจากเงื่อนไขต่อไปนี้

- (1) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมี 1, 2, 4 เป็นตัวประกอบ คือ.....
- (2) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมี 1, 2, 3 เป็นตัวประกอบ คือ.....
- (3) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมี 1, 3, 4 เป็นตัวประกอบ คือ.....
- (4) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมี 2, 3, 5 เป็นตัวประกอบ คือ.....
- (5) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมี 1, 3, 4, 6, 8 เป็นตัวประกอบ คือ
- (6) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมีเป็นตัวประกอบต่างกัน 2 ตัว คือ.....
- (7) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมีเป็นตัวประกอบต่างกัน 3 ตัว คือ.....
- (8) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมีเป็นตัวประกอบต่างกัน 4 ตัว คือ.....
- (9) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมีเป็นตัวประกอบต่างกัน 5 ตัว คือ.....
- (10) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งมีเป็นตัวประกอบต่างกัน 6 ตัว คือ.....

จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ

จำนวนประกอบ คือ จำนวนที่มีตัวประกอบมากกว่า 2 ตัว

เช่น 25 เป็นจำนวนประกอบเพราะว่า 25 มีตัวประกอบมากกว่า 2 ตัวได้แก่ 1, 5, 25

8 เป็นจำนวนประกอบเพราะว่า 8 มีตัวประกอบมากกว่า 2 ตัวได้แก่ 1, 2, 4, 8

จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนที่มีตัวประกอบเพียงสองตัวคือ 1 และตัวมันเอง

เช่น 2 เป็นจำนวนเฉพาะ เพราะว่ามีตัวประกอบ 2 ตัวได้แก่ 1 และ 2

11 เป็นจำนวนเฉพาะ เพราะว่ามีตัวประกอบ 2 ตัวได้แก่ 1 และ 11

ตัวอย่าง 5 จงพิจารณาว่าจำนวนต่อไปนี้เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

- (1) 2 มีตัวประกอบได้แก่ ดังนั้น
- (2) 3 มีตัวประกอบได้แก่ ดังนั้น
- (3) 5 มีตัวประกอบได้แก่ ดังนั้น
- (4) 6 มีตัวประกอบได้แก่ ดังนั้น

ข้อสังเกต (1) 1 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

(2) ตัวประกอบของจำนวนนับใดๆมี 2 ชนิด คือ

(2.1) ตัวประกอบเฉพาะ คือ ตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะ

(2.2) ตัวประกอบที่ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

เช่น 26 มีตัวประกอบได้แก่ 1, 2, 13, 26 ตัวประกอบเฉพาะได้แก่ 2 และ 13



☞ การหาจำนวนเฉพาะและตัวประกอบเฉพาะ

การหาจำนวนเฉพาะ นั้น วิธีหนึ่งเราสามารถใช่วิธีของ เอราโตสเทเนส (Eratosthenes) ซึ่งวิธีดังกล่าวเรียกว่า ตระแกรงเอราโตสเทเนส (The Sieve of Eratosthenes) ดังนี้

ตัวอย่าง 6 จงหาจำนวนเฉพาะทุกจำนวนระหว่าง 1 ถึง 100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

จากวิธีการหาจำนวนเฉพาะในตัวอย่าง 5 จงหาคำตอบต่อไปนี้

- (1) ดังนั้นจำนวนเฉพาะระหว่าง 1 ถึง 100 ได้แก่
- (2) จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1 ถึง 100 มีทั้งหมด จำนวน
- (3) จำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุดคือ
- (4) จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1 ถึง 100 ที่มีค่ามากที่สุดคือ
- (5) จำนวนเฉพาะที่เป็นเลขคู่คือ
- (6) จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1 ถึง 100 ที่ลงท้ายด้วย 1 ได้แก่
- (7) จำนวนเฉพาะสองหลักที่น้อยที่สุดคือ
- (8) จำนวนเฉพาะที่ลงท้ายด้วย 5 มี จำนวน ได้แก่
- (9) อาจจะมีจำนวนคู่ที่มากกว่า 100 ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะได้หรือไม่
- (10) จงหาจำนวนเฉพาะสามหลักที่มีค่าน้อยที่สุด
- (11) จำนวนเฉพาะสองจำนวนที่มีผลบวกเป็นจำนวนเฉพาะ เช่น
- (12) จำนวนเฉพาะสองจำนวนที่มีผลต่างเป็นจำนวนเฉพาะ เช่น
- (13) จำนวนเฉพาะสองจำนวนที่มีผลคูณเป็นจำนวนเฉพาะ เช่น
- (14) จำนวนเฉพาะที่มีค่ามากที่สุดและที่มีค่าน้อยที่สุดต่างกันเท่ากับ
- (15) ผลบวกของจำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1 ถึง 50 เท่ากับ



☞ วิธีตรวจสอบการเป็นจำนวนเฉพาะของจำนวนนับ

วิธีการตรวจสอบให้หลักการดังนี้

ถ้าเราต้องการตรวจสอบว่า จำนวนนับ n เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่ เรามีวิธีการดังนี้

- 1) รวบรวมจำนวนเฉพาะ p ซึ่ง $p \times p < n$
- 2) นำจำนวนเฉพาะที่รวบรวมได้ไปหาร n
 - ถ้าไม่มีจำนวนเฉพาะตัวใดหาร n ลงตัว แล้ว n จะเป็นจำนวนเฉพาะ
 - ถ้ามีจำนวนเฉพาะตัวใดตัวหนึ่งหาร n ลงตัว แล้ว n จะเป็นจำนวนไม่ใช่เฉพาะ

ตัวอย่าง 7 จงตรวจสอบจำนวนนับต่อไปนี้เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

- (1) จำนวนเฉพาะที่ยกกำลังสองแล้วน้อยกว่า 131 ได้แก่
จากการตรวจสอบจะพบจำนวนนับที่หาร 131 ลงตัวได้แก่
ดังนั้น 131
- (2) จำนวนเฉพาะที่ยกกำลังสองแล้วน้อยกว่า 167 ได้แก่
จากการตรวจสอบจะพบจำนวนนับที่หาร 167 ลงตัวได้แก่
ดังนั้น 167
- (3) จำนวนเฉพาะที่ยกกำลังสองแล้วน้อยกว่า 213 ได้แก่
จากการตรวจสอบจะพบจำนวนนับที่หาร 213 ลงตัวได้แก่
ดังนั้น 213

ตัวอย่าง 8 จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

- (1) จำนวนเฉพาะทุกจำนวนเป็นจำนวนคี่
- (2) จำนวนเฉพาะทุกจำนวนที่มากกว่า 2 เป็นจำนวนคี่ทั้งหมด
- (3) จำนวนคี่ทุกจำนวนเป็นจำนวนเฉพาะ
- (4) ผลบวกของจำนวนเฉพาะสองจำนวนเป็นจำนวนประกอบเสมอ
- (5) ผลคูณของจำนวนเฉพาะสองจำนวนเป็นจำนวนประกอบเสมอ
- (6) มีจำนวนเฉพาะสองจำนวนที่ให้ผลต่างเป็นจำนวนเฉพาะ
- (7) มีจำนวนเฉพาะสองจำนวนที่ให้ผลต่างเป็นจำนวนประกอบ
- (8) ผลบวกของจำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 1 และ 30 มีค่าเท่ากับ 127
- (9) จำนวนนับที่ไม่เท่ากับ 3 แต่หารด้วย 3 ลงตัว เป็นจำนวนประกอบ
- (10) มีจำนวนนับบางจำนวนที่สามารถเป็นทั้งจำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ



๕ การแยกตัวประกอบของจำนวนนับ

การแยกตัวประกอบ หมายถึง การเขียนจำนวนนั้นอยู่ในรูปผลคูณของตัวประกอบเฉพาะ

ตัวอย่าง 9 จงแยกตัวประกอบของจำนวนนับต่อไปนี้

- 12 =
 18 =
 24 =
 39 =
 30 =
 120 =
 108 =
 1,000 =
 1,800 =

๕ ตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

ตัวหารร่วม ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป หมายถึง จำนวนที่เป็นตัวประกอบของทุกจำนวนที่กำหนดให้ เช่น ตัวหารร่วมของ 8 และ 16 ได้แก่ 2, 4, 8 เป็นต้น

ตัวหารร่วมมาก ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไป หมายถึง ตัวหารร่วมที่ค่ามากที่สุดของจำนวนนับเหล่านั้น เช่น ตัวอย่างข้างต้นจะมี 8 เป็นตัวหารร่วมมากของ 8 และ 16

ตัวอย่าง 10 จงหาตัวหารร่วมมากของจำนวนต่อไปนี้

(1) จงหาตัวหารร่วมมากของ 36 และ 48

ตัวหารหรือตัวประกอบของ 36 ได้แก่

ตัวหารหรือตัวประกอบของ 48 ได้แก่

∴ ตัวหารร่วมของ 36 และ 48 ได้แก่

∴ ตัวหารร่วมมากของ 36 และ 48 ได้แก่

(2) จงหาตัวหารร่วมมากของ 20 และ 21

ตัวหารหรือตัวประกอบของ 20 ได้แก่

ตัวหารหรือตัวประกอบของ 21 ได้แก่

∴ ตัวหารร่วมของ 20 และ 21 ได้แก่

∴ ตัวหารร่วมมากของ 20 และ 21 ได้แก่



วิธีการหาตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.)

(1) การหา ห.ร.ม. โดยวิธีการแยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง 11 จงหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับต่อไปนี้

(1) 36 และ 48

36 =

48 =

ห.ร.ม. =

(2) 84 และ 105

84 =

105 =

ห.ร.ม. =

(3) 7 และ 14

7 =

14 =

ห.ร.ม. =

(4) 15 และ 77

15 =

77 =

ห.ร.ม. =

(5) 18 , 32 และ 64

18 =

32 =

64 =

ห.ร.ม. =

(6) 100 , 78 และ 16

100 =

78 =

16 =

ห.ร.ม. =

(7) 24 , 36 และ 60

24 =

36 =

60 =

ห.ร.ม. =

(8) 70, 105 และ 140

70 =

105 =

140 =

ห.ร.ม. =

(9) 40, 64, 84 และ 96

40 =

64 =

84 =

96 =

ห.ร.ม. =

(10) 18, 49, 55 และ 121

18 =

49 =

55 =

121 =

ห.ร.ม. =

**(2) การหา ห.ร.ม.โดยวิธีการตั้งหารสั้น****ตัวอย่าง 12** จงหา ห.ร.ม.ของจำนวนนับต่อไปนี้โดยวิธีการตั้งหารสั้น

(1) 45 และ 85

(2) 18 และ 78

ห.ร.ม. =

ห.ร.ม. =

(3) 210 , 1,155 และ 1,365

(4) 21 , 91 และ 55

ห.ร.ม. =

ห.ร.ม. =

(5) 48, 56 , 72 และ 32

(6) 36 , 45 , 78และ 72

ห.ร.ม. =

ห.ร.ม. =

(3) การหา ห.ร.ม ด้วยวิธีขั้นตอนวิธีการหารของยูคลิด (คอนโด)

นิยมใช้กับจำนวนที่มีค่ามาก(หลายหลัก)

ตัวอย่าง 13 จงหา ห.ร.ม.ของจำนวนนับต่อไปนี้ด้วยวิธียูคลิด

(1) 170 และ 385

(2) 156 และ 288

ดังนั้น ห.ร.ม.ของ 170 และ 385 คือ

ดังนั้น ห.ร.ม. 156 และ 288 คือ



☞ ตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.)

ตัวคูณร่วม คือ จำนวนที่หารด้วยจำนวนอื่นๆ ลง เช่น 14 เป็นตัวคูณร่วมของ 2 และ 7 หรือของ 7 และ 14 อีกตัวอย่างเช่น 8, 16, 32 เป็นตัวคูณร่วมของ 4, 8 และ 16

ตัวคูณร่วมน้อย คือ จำนวนที่น้อยที่สุดของตัวคูณร่วมของจำนวนแต่ละชุด

ตัวอย่าง 14 จงหาตัวคูณร่วมน้อยของจำนวนต่อไปนี้

(1) จงหาตัวคูณร่วมน้อยของ 6 และ 8

ตัวคูณของ 6 ได้แก่

ตัวคูณของ 8 ได้แก่

∴ ตัวคูณร่วมของ 6 และ 8 ได้แก่

∴ ตัวคูณร่วมน้อยของ 6 และ 8 ได้แก่

(2) จงหาตัวคูณร่วมน้อยของ 12 และ 16

ตัวคูณของ 12 ได้แก่

ตัวคูณของ 16 ได้แก่

∴ ตัวคูณร่วมของ 12 และ 16 ได้แก่

∴ ตัวคูณร่วมน้อยของ 12 และ 16 ได้แก่

☞ วิธีการหาตัวคูณร่วมน้อย

(1) ด้วยวิธีการแยกตัวประกอบ

ตัวอย่าง 15 จงหา ค.ร.น. ของจำนวนต่อไปนี้

(1) 6 และ 8

6 =

8 =

ค.ร.น. =

(2) 18 และ 20

18 =

20 =

ค.ร.น. =

(3) 15, 20 และ 35

15 =

20 =

35 =

ค.ร.น. =

(4) 33, 69 และ 72

33 =

69 =

72 =

ค.ร.น. =



(5) 18 , 32 และ 64

18 =

32 =

64 =

ค.ร.น. =

(6) 100 , 78 และ 16

100 =

78 =

16 =

ค.ร.น. =

(7) 40, 64, 84 และ 96

40 =

64 =

84 =

96 =

ค.ร.น. =

(8) 18, 49, 55 และ 121

18 =

49 =

55 =

121 =

ค.ร.น. =

(2) การหา ค.ร.น. ด้วยวิธีการตั้งหารสั้น**ตัวอย่าง 16** จงหา ค.ร.น. ของจำนวนนับแต่ละข้อต่อไปนี้

(1) 45 และ 85

ค.ร.น. =

(2) 18 และ 78

ค.ร.น. =

(3) 32 , 20 และ 62

ค.ร.น. =

(4) 15 , 52 และ 50

ค.ร.น. =

(5) 15 , 21, 42 และ 75

ค.ร.น. =

(6) 9, 34, 51 และ 69

ค.ร.น. =



☞ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการแยกตัวประกอบ ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับตัวหารร่วมมาก (ห.ร.ม.) จะมีลักษณะการถามดังนี้
 - การถูกแบ่งออกเท่าๆ กันไม่เหลือเศษและมากที่สุด ใหญ่สุด ยาวสุด เป็นต้น
 - ให้หาจำนวนกอง จำนวนแถว จำนวนกลุ่มที่แบ่งได้
 - การถามหาขนาดและจำนวนของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เมื่อให้แบ่งพื้นที่หนึ่งๆ ออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ใหญ่ที่สุด
 - การถามหาจำนวนต้น(ของเสาหรือของต้นไม้)ที่ปักรอบพื้นที่ โดยให้แต่ละต้นอยู่ห่างเท่ากันและห่างกันมากที่สุด หรือให้ประหยัดที่สุด
 - ให้หาจำนวนที่มีค่ามากที่สุด

ซึ่งในการหาจำนวนที่มีค่ามากที่สุดที่ไปหารแล้วเหลือเศษ มีวิธีดังนี้

1. เอาเศษที่เกิดจากการหารของแต่ละจำนวนไปลบจำนวนนั้นๆก่อน
2. นำผลที่ได้มาหา ห.ร.ม.
3. ห.ร.ม. ที่ได้นั้นคือจำนวนมากที่สุดที่ต้องการ

2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับตัวคูณร่วมน้อย (ค.ร.น.) จะมีลักษณะการถามดังนี้
 - การไปแบ่งออกเท่าๆ กันไม่เหลือเศษจากจำนวนที่น้อยสุด เล็กสุด สั้นสุด
 - โจทย์ที่ถามเกี่ยวกับช่วงเวลาที่จะมาพบกันอีกครั้ง เช่น การวิ่งรอบสนาม นาฬิกาปลุก ระวังที่ตี เป็นต้น
 - ให้หาจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุด

ซึ่งในการหาจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดที่ไปหารแล้วเหลือเศษ มีวิธีดังนี้

1. หา ค.ร.น. ของจำนวนที่กำหนดมาก่อน
2. นำ ค.ร.น. ที่ได้มาบวกเศษที่โจทย์ให้มา
3. ผลบวกที่ได้คือจำนวนน้อยที่สุดที่ต้องการ

3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่าง ห.ร.ม.และ ค.ร.น.ของจำนวนนับสองจำนวน มีความสัมพันธ์ดังนี้

“ผลคูณของเลขสองจำนวน = ผลคูณระหว่าง ห.ร.ม.กับ ค.ร.น. ของสองจำนวนนั้น”

4. โจทย์ในลักษณะอื่นๆจะต้องอาศัยความเข้าใจในความหมายของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. อย่างดี ซึ่งอาจจะต้องอาศัยการแยกตัวประกอบมาช่วย



ตัวอย่าง 17 จงหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้

- (1) มีเหล็กอยู่สามท่อน ท่อนแรกยาว 49 เมตร ท่อนที่สองยาว 35 เมตร และท่อนที่สามยาว 42 เมตร นำมาตัดเป็นท่อนสั้นๆ เท่ากันให้ยาวที่สุด จะได้ยาวท่อนละกี่เมตร และได้ทั้งหมดกี่ท่อน

ตอบ

- (2) นักเรียน ป.6/1 , ป. 6/2 และ ป.6/3 มี 35 คน 49 คน และ 42 คน ตามลำดับ ถ้าต้องการแบ่งเป็นนักเรียนเป็นกลุ่มๆ ให้แต่ละกลุ่มเท่าๆกันและอยู่ในห้องเดียวกัน จะแบ่งได้มากที่สุดกลุ่มละกี่คน และได้กี่กลุ่ม

ตอบ

- (3) มีดินสอ 56 แท่ง ยางลบ 28 ก้อน และปากกา 84 แท่ง แบ่งใส่ถุงๆละเท่าๆกันไม่ให้เหลือและไม่ปนกันเลย จะแบ่งได้มากที่สุดถุงละเท่าไรและได้อย่างละกี่ถุง

ตอบ

- (4) กระดาษขนาด 30×36 ตารางเซนติเมตร ตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กๆให้ได้ขนาดใหญ่ที่สุดและไม่เหลือกระดาษทิ้งเลย จะได้กี่กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กๆที่รูปและมีพื้นที่เท่าไร

ตอบ

- (5) ต้องการล้อมรั้วบริเวณบ้านเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาดกว้าง 90 เมตร และยาว 98 เมตร ต้องปักเสาให้ห่างกันต้นละเท่าไรจึงจะประหยัด และใช้เสาทั้งหมดกี่ต้น

ตอบ

- (6) ถ้าต้องการแบ่งแท่งไม้ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาด $24 \times 12 \times 30$ ลูกบาศก์เซนติเมตร ให้เป็นแท่งไม้ทรงลูกบาศก์ให้ได้ขนาดใหญ่ที่สุดโดยไม่มีเศษไม้เหลืออยู่เลย จะแบ่งได้กี่ลูก และมีขนาดกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ

- (7) จงหาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 44, 50 และ 62 แล้วเหลือเศษ 2 เท่ากัน

ตอบ



- (8) จงหาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 330 จะเหลือเศษ 6 และเมื่อนำไปหาร 442 แล้วจะเหลือเศษ 1

ตอบ

- (9)* จงหาจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 74, 98 และ 114 แล้วจะเหลือเศษเท่ากันและจงหาเศษที่เหลือเท่ากันนั้น

ตอบ

- (10) ชายคนหนึ่งเลี้ยงไก่ 38 ตัว เลี้ยงเป็ด 86 ตัว และเลี้ยงห่าน 122 ตัว เขาต้องการแบ่งไก่ เป็ด และห่าน เป็นกลุ่มเล็กๆ แต่ละกลุ่มมีจำนวนตัวเท่าๆกัน และมีจำนวนตัวมากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยที่เมื่อแบ่งแล้วให้มีสัตว์สำรองชนิดละ 2 ตัว เขาจะแบ่งสัตว์ได้ทั้งหมดกี่กลุ่ม กลุ่มละกี่ตัว

ตอบ

- (11)* ถ้า 35 เป็น ห.ร.ม. ของ 175 และ 385 แล้ว จงหาตัวประกอบร่วมทั้งหมดของ 175 และ 385 [**หลักการ** : ตัวประกอบร่วมของจำนวนนับ คือ ตัวประกอบของ ห.ร.ม. ของจำนวนนับเหล่านั้น]

ตอบ

- (12)* ถ้า 24 เป็น ห.ร.ม. ของ A , B และ C แล้ว จงหาผลบวกของตัวประกอบร่วมทั้งหมดของ A, B และ C

ตอบ

- (13)* ถ้า $A = 2 \times 2 \times 3 \times a$

$$B = b \times 3 \times 3 \times 5$$

$$C = 2 \times c \times 5 \times 7$$

และ ห.ร.ม. ของ A, B และ C เท่ากับ 30 จงหาจำนวน A, B และ C

ตอบ



- (14)* ถ้า ห.ร.ม. ของ A และ B เท่ากับ 72 และ ห.ร.ม. ของ B และ C เท่ากับ 60 จงหา ห.ร.ม. ของ A, B และ C [หลักการ : ห.ร.ม. A, B, C = ห.ร.ม. ของ ห.ร.ม. A, B และ ห.ร.ม. B, C]

ตอบ

- (15) จงหา ห.ร.ม. ของแต่ละข้อต่อไปนี้
- (15.1) ห.ร.ม. ของ 1 ถึง 100 =
- (15.2) ห.ร.ม. ของจำนวน 2, 4, 6, 8, ... , 2548 =
- (15.3) ห.ร.ม. ของจำนวน 3, 5, 7, 9, ... , 2005 =

- (16) นักกีฬาปั่นจักรยาน 3 คน ปั่นรอบสนามวงรีในแต่ละรอบใช้เวลาดังนี้ คนที่ 1 ใช้เวลา 5 นาที คนที่ 2 ใช้เวลา 4 นาที คนที่ 3 ใช้เวลา 6 นาที ดังนั้นทั้ง 3 คน จะปั่นมา พบกันที่จุดเริ่มต้นครั้งแรกเมื่อเวลาผ่านไปกี่นาทีหลังจากออกตัว

ตอบ

- (17) ฉันทั่งนาฬิกาปลุก 4 เรือน เรือนที่หนึ่งปลุกทุกๆ 3 นาที เรือนที่สองปลุกทุกๆ 4 นาที เรือนที่สามปลุกทุกๆ 5 นาที และ เรือนที่สี่ปลุกทุกๆ 6 นาที ถ้าให้นาฬิกาทุกเรือนปลุกครั้งแรกพร้อมกัน เมื่อเวลา 12.25 น. จงหาว่านาฬิกาทั้งสี่เรือนจะปลุกพร้อมกันเป็นครั้งที่สามเมื่อเวลาใด

ตอบ

- (18) จากการทดสอบความสิ้นเปลืองน้ำมันของรถยนต์สามคัน พบว่า คันที่หนึ่งน้ำมัน 1 ลิตร วิ่งได้ระยะทาง 6 กิโลเมตร คันที่สองน้ำมัน 1 ลิตร วิ่งได้ระยะทาง 8 กิโลเมตร คันที่สามน้ำมัน 1 ลิตร วิ่งได้ระยะทาง 9 กิโลเมตร จงหาระยะทางที่น้อยที่สุดซึ่งรถยนต์ทุกคัน ต้องใช้น้ำมันเชื้อเพลิงเป็นจำนวนเต็มลิตรพอดีและรถยนต์ แต่ละคันใช้น้ำมันกี่ลิตร

ตอบ

- (19) แจกดินสอ ยางลบ และไม้บรรทัดให้เพื่อนๆ ในห้อง ได้คนละ 5 แท่ง 12 ก้อน และ 10 อัน ตามลำดับโดยไม่มีของเหลือเลย นักเรียนในห้องจะมีอย่างน้อยกี่คน

ตอบ



(20) จงหาจำนวนที่น้อยที่สุดที่ 6, 8 และ 15 หารจำนวนนั้นแล้วเหลือเศษ 4 เท่ากัน

ตอบ

(21)* จงหาจำนวนที่น้อยที่สุดที่ 6, 8 และ 15 หารจำนวนนั้นแล้วเหลือเศษ 4, 6 และ 13 ตามลำดับ [**หลักการ** : หา ค.ร.น. ของ 6, 8, 15 แล้วลบกับจำนวนที่ต้องเพิ่มให้เศษ 4, 6, 13 เท่ากับ 6, 8, 15 ตามลำดับ]

ตอบ

(22) ถ้าเริ่มตีระฆัง 3 ใบพร้อมกัน โดยที่ใบที่หนึ่ง ใบที่สอง และใบที่สาม ตีทุกๆ 10 นาที 8 นาที และ 16 นาที ตามลำดับ จงหาว่าเมื่อทั้ง 3 ใบตีพร้อมกันเป็นครั้งแรกแล้วใบที่หนึ่ง ใบที่สอง และใบที่สามตีไปใบละกี่ครั้งแล้ว

ตอบ

(23) ถ้าจำนวนสองจำนวนมี ห.ร.ม. เป็น 15 มี ค.ร.น. เป็น 105 ถ้าจำนวนหนึ่งเป็น 15 อีกจำนวนหนึ่งเป็นเท่าใด

ตอบ

(24) ถ้าจำนวนสองจำนวนมีผลคูณเป็น 2,112 และมี ค.ร.น. เป็น 264 จงหา ห.ร.ม.

ตอบ

(25)* ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนสองจำนวนเป็น 14 และ 490 จงหาจำนวนทั้งสอง

ตอบ

เนื้อหาจบแล้วที่เหลือทำแบบฝึกหัดทบทวนนะครั้บเด็ก ๆ ชยันฯนะเด็ก ๆ ครูเอาใจช่วย



แบบทดสอบ สมบัติของจำนวนนับ

คำชี้แจง : จงทำเครื่องหมาย ✕ ทับตัวอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้อง

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. 15 เป็นตัวประกอบของ 3	ข. 15 เป็นตัวประกอบของ 5
ค. 3 เป็นตัวประกอบของ 15	ง. 3 และ 15 เป็นตัวประกอบซึ่งกันและกัน
2. จำนวนในข้อใดที่มี 5 เป็นตัวประกอบ

ก. 284	ข. 365	ค. 419	ง. 531
--------	--------	--------	--------
3. ข้อใดที่มี 7 เป็นตัวประกอบทุกจำนวน

ก. 15, 17, 27	ข. 14, 35, 49	ค. 21, 28, 37	ง. 27, 35, 49
---------------	---------------	---------------	---------------
4. ข้อใดที่มี 3 เป็นตัวหารทุกจำนวน

ก. 3, 17, 42	ข. 15, 21, 90	ค. 22, 36, 54	ง. 36, 45, 61
--------------	---------------	---------------	---------------
5. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก. 3 เป็นตัวประกอบของ 1,243,578,133	ข. 4 เป็นตัวประกอบของ 1,243,579,494
ค. 9 ไม่เป็นตัวประกอบของ 4,124,654,784	ง. 11 ไม่เป็นตัวประกอบของ 1,001,001,001,001
6. ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

ก. 0 มีตัวประกอบมากมายนับไม่ถ้วน	ข. 1 เป็นตัวประกอบจำนวนนับทุกจำนวน
ค. 2 เป็นตัวประกอบของจำนวนคู่เท่านั้น	ง. 3 เป็นตัวประกอบของจำนวนคี่เท่านั้น
7. จำนวนใดข้อใดที่จำนวนของตัวประกอบมากที่สุด

ก. 24	ข. 27	ค. 49	ง. 55
-------	-------	-------	-------
8. จำนวนในข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะ

ก. 15	ข. 17	ค. 57	ง. 77
-------	-------	-------	-------
9. ข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะทุกจำนวน

ก. 5, 7, 9	ข. 17, 19, 27	ค. 23, 29, 39	ง. 31, 37, 43
------------	---------------	---------------	---------------
10. จำนวนเฉพาะที่อยู่ระหว่าง 1 – 100 มีทั้งหมดกี่จำนวน

ก. 24	ข. 25	ค. 26	ง. 28
-------	-------	-------	-------



11. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใดเป็นจริง
 ก. จำนวนคี่ทุกจำนวนเป็นจำนวนเฉพาะ ข. จำนวนเฉพาะทุกจำนวนเป็นจำนวนคี่
 ค. 2 เท่านั้นที่เป็นตัวประกอบของจำนวนคู่ ง. 1 เป็นตัวประกอบของจำนวนทุกจำนวน
12. จากข้อความต่อไปนี้
 (1) 1 เป็นจำนวนเฉพาะที่มีค่าน้อยสุด
 (2) มี 2 เพียงจำนวนเดียวที่เป็นจำนวนเฉพาะซึ่งเป็นจำนวนคู่
 ข้อใดเป็นถูกต้อง
 ก. ถูกทั้งข้อ (1) และ (2) ข. ข้อ (1) ถูก แต่ ข้อ(2) ผิด
 ค. ข้อ (1) ผิด แต่ ข้อ(2) ถูก ง. ผิดทั้งข้อ (1) และ (2)
13. ตัวประกอบเฉพาะของ 48 คือข้อใด
 ก. 2, 4 ข. 4, 12 ค. 6, 48 ง. 2, 3
14. ตัวประกอบเฉพาะของ 42 คือข้อใด
 ก. 3, 7 ข. 1, 3, 7 ค. 2, 3, 7 ง. 2, 3, 7, 21
15. ข้อใดเป็นการแยกตัวประกอบ
 ก. $36 = 2 \times 2 \times 9$ ข. $72 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
 ค. $105 = 3 \times 5 \times 7$ ง. $200 = 2 \times 10 \times 10$
16. ตัวประกอบร่วมทั้งหมดของ 18 และ 30 คือข้อใด
 ก. 1, 2, 3, 9 ข. 1, 2, 3, 5 ค. 1, 2, 3, 6 ง. 1, 2, 3, 6, 9
17. $2^2 \times 3^3 \times 4^4$ มีค่าเท่ากับข้อใด
 ก. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ ข. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$
 ค. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4 \times 4$ ง. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 \times 4$
18. 6 เป็น ห.ร.ม. ของ 12 และ 18 หมายความว่าอย่างไร
 ก. 6 เป็นตัวหารร่วมของ 12 และ 18
 ข. 6 เป็นตัวประกอบร่วมที่มีค่ามากที่สุดของ 12 และ 18
 ค. 6 เป็นจำนวนที่มากที่สุดที่หารด้วย 12 และ 18 แล้วลงตัว
 ง. 6 เป็นจำนวนที่มากที่สุดที่มี 12 และ 18 เป็นตัวประกอบ
19. ห.ร.ม. ของ 27 33 และ 45 คือจำนวนใด
 ก. 3 ข. 9 ค. 18 ง. 27
20. ห.ร.ม. ของ $2^3 \times 3^2 \times 5$ และ $2^2 \times 3^3 \times 7^2$ คือจำนวนใด
 ก. $2^3 \times 3^2$ ข. $2^2 \times 3^2$ ค. $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ง. $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$



21. ห.ร.ม. ของ 20, 80, 125 เป็นกี่เท่าของ ห.ร.ม. ของ 27, 64, 121
 ก. 5 เท่า ข. 10 เท่า ค. 12 เท่า ง. 15 เท่า
22. 12 เป็น ค.ร.น. ของ 4 กับ 6 หมายความว่าอย่างไร
 ก. 12 เป็นจำนวนที่มากที่สุดที่ 4 และ 6หารลงตัว
 ข. 12 เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดที่ 4 และ 6หารลงตัว
 ค. 12 เป็นจำนวนที่ 4 และ 6หารลงตัว
 ง. 12 เป็นผลคูณของ 4 และ 6
23. ค.ร.น. ของ 14, 20, 25 คือจำนวนใด
 ก. 100 ข. 125 ค. 280 ง. 700
24. ค.ร.น. ของ $2^3 \times 3^2 \times 5$ และ $2^2 \times 3^3 \times 7^2$ คือจำนวนใด
 ก. $2^3 \times 3^2$ ข. $2^2 \times 3^2$ ค. $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ง. $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$
25. จำนวน 48 และ 60 มี ค.ร.น. เป็นกี่เท่าของ ห.ร.ม.
 ก. 4 เท่า ข. 5 เท่า ค. 18 เท่า ง. 20 เท่า
26. ผลบวกของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของ 15, 25, 40 คือข้อใด
 ก. 45 ข. 605 ค. 90 ง. 615
27. ผลต่างของ ค.ร.น. กับ ห.ร.ม. ของ 36, 81 และ 99 คือข้อใด
 ก. 3,555 ข. 3,556 ค. 3,564 ง. ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง
28. จงหา ห.ร.ม. ของ 4,515 และ 2,838 คือจำนวนใด
 ก. 1 ข. 4 ค. 129 ง. 516

จงใช้วิธีตั้งหารต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 29 และ 30

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12, 18, 24} \\ 3 \overline{) 6, 9, 12} \\ 2 \overline{) 2, 3, 4} \\ \underline{1, 3, 2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a) \overline{) M, N, O} \\ b) \overline{) P, Q, R} \\ c) \overline{) S, T, U} \\ \underline{X, T, Y} \end{array}$$

29. ห.ร.ม. ของ 12, 18, 24 คือข้อใด

ก. 6 ข. 12
 ค. 4 ง. 9

30. ค.ร.น. ของ 12, 18, 24 คือข้อใด

ก. 12 ข. 36
 ค. 72 ง. 24

31. ข้อใดถูกต้อง

ก. ห.ร.ม. เท่ากับ $a \times b \times c$
 ข. ค.ร.น. เท่ากับ $a \times b \times c$
 ค. ห.ร.ม. เท่ากับ $a \times b$
 ง. ค.ร.น. เท่ากับ $a \times b \times c \times X \times Y$



32. จำนวนที่มากที่สุดที่หาร 94 จะเหลือเศษ 4 แต่ถ้าหาร 605 จะเหลือเศษ 5 เลขจำนวนนั้นคือจำนวนใด
ก. 15 ข. 20 ค. 23 ง. 30
33. จงหาจำนวนที่มากที่สุดซึ่งเมื่อหาร 534 และ 1,154 แล้วเหลือเศษ 7 เท่ากัน
ก. 31 ข. 19 ค. 43 ง. 47
34. จำนวนน้อยที่สุดที่ 12, 16, 32 หารลงตัว คือจำนวนใด
ก. 32 ข. 48 ค. 64 ง. 96
35. จำนวนน้อยที่สุดที่หารด้วย 15, 28 และ 36 แล้วเหลือเศษ 3 เท่ากัน คือจำนวนใด
ก. 1,260 ข. 1,257 ค. 1,263 ง. 423
36. ค.ร.น. และ ห.ร.ม. ของสองจำนวนเป็น 18 และ 108 ตามลำดับ ถ้าจำนวนหนึ่งคือ 36 อีกจำนวนหนึ่งเป็นเท่าใด
ก. 46 ข. 54 ค. 72 ง. 90
37. 15 เป็น ห.ร.ม. ของสองจำนวน ถ้านำ ห.ร.ม. ไปหารจำนวนแรกได้ผลลัพธ์ 3 และหารจำนวนที่สองได้ผลลัพธ์ 5 สองจำนวนนั้นมีค่าเท่าใด
ก. 3, 5 ข. 6, 10 ค. 15, 45 ง. 45, 75
38. กระดาษแผ่นหนึ่งกว้าง 1 เมตร ยาว 165 เซนติเมตร ถ้าต้องการนำมาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กๆ ที่มีขนาดเท่าๆกันและมีพื้นที่มากที่สุด จะได้ทั้งหมดกี่รูป
ก. 660 รูป ข. 5 รูป ค. 20 รูป ง. 33 รูป
39. ระฆัง 3 ใบ ใบที่หนึ่ง ตีทุกๆ 45 นาที ใบที่สอง ตีทุกๆ 24 นาที ใบที่สาม ตีทุกๆ 36 นาที ถ้าเริ่มตีพร้อมกันครั้งแรกเวลา 7.00 น. จงหาว่าจะตีพร้อมกันอีกครั้งในเวลาใด
ก. 12.00 น. ข. 12.30 น. ค. 13.00 น. ง. 13.30 น.
40. รถแข่ง 3 คัน วิ่งรอบสนามในเวลา 12, 15 และ 18 นาที ตามลำดับ จงหาว่ารถทั้งสามคันนี้จะถึงจุดเริ่มต้นพร้อมกันอีกครั้งเมื่อครั้งที่ 2 วิ่งรอบสนามได้กี่รอบเมื่อปล่อยครั้งแรกพร้อมกัน
ก. 12 รอบ ข. 15 รอบ ค. 18 รอบ ง. 16 รอบ
41. จำนวนที่มากที่สุดที่นำไปหาร 131, 101 และ 161 แล้วเหลือเศษเท่ากัน แล้วเศษนั้นจะต้องเป็นเท่าใด
ก. 7 ข. 9 ค. 11 ง. 13
42. ที่สวนกว้าง 108 เมตร ยาว 200 เมตร ต้องการล้อมทิวโดยปักเสารั้วให้ห่างเท่ากันทุกๆด้าน เสาห่างกันกี่เมตร จึงจะประหยัดมากที่สุด
ก. 3 เมตร ข. 4 เมตร ค. 5 เมตร ง. 6 เมตร

